

Prirodno-matematički fakultet
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

OLIMPIJADA ZNANJA 2019

Takmičenje iz MATEMATIKE

za I razred srednje škole

1. Pokazati da ne postoje cijeli brojevi x i y tako da važi

$$3x^2 + y^2 = 777777.$$

2. Neka su a i b pozitivni realni brojevi takvi da je $a + b = 1$. Dokazati da je

$$2 < (a - \frac{1}{a})(b - \frac{1}{b}) \leq \frac{9}{4}.$$

Kada važi jednakost?

3. Oko konveksnog petougla $ABCDE$ takvog da je $|AB| = |BD|$ je opisan krug. Tačka P je presjek dijagonala AC i BE . Prave određene dužima BC i DE se sijeku u tački Q . Dokazati da je prava PQ paralelna s dijagonalom AD .

4. Neka su x i y pozitivni realni brojevi takvi da je

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \text{ i } \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = 12.$$

Izračunati $\frac{1}{x+y}$.

Vrijeme rada: 180 minuta.

Svaki zadatak se boduje od 0 do 25 poena.

Rješenja zadataka detaljno obrazložiti.